



# **Hayat Sigortası Matematiği**

**Doç. Dr. Meral SUCU**

**Hacettepe Üniversitesi  
Fen Fakültesi  
Aktüerya Bilimleri Bölümü**

**TEMMUZ 2014**





## HAYAT SİGORTASI MATEMATİĞİ

Doç. Dr. Meral SUCU

Hacettepe Üniversitesi Fen Fakültesi  
Aktüerya Bilimleri Bölümü

1



Hacettepe Üniversitesi Fen Fakültesi  
Aktüerya Bilimleri Bölümü

## FINANS MATEMATİĞİ

PARANIN ZAMAN DEĞERİ

2



H.Ü. FEN FAKÜLTESİ  
Aktüerya Bilimleri Bölümü

### PARANIN ZAMAN DEĞERİ

Giriş

Faiz, sermayeye gerek duyan bir ödünç alıcının, ödünç aldığı para için parayı ödünç verene ödediği karşılık olarak tanımlanabilir.

Böylece faiz ödünç alanın, ödünç verene ödediği kira olarak düşünülebilir.

3



H.Ü. FEN FAKÜLTESİ  
Aktüerya Bilimleri Bölümü

### FAZİN ÖLÇÜMÜ

TEMEL KAVRAMLAR

- P: Başlangıç değer ya da temel değer
- i: Faiz oranı
- n: Dönem sayısı
- BD: Annüite(Ödeme dizisi)'nin bugünkü değeri
- Bir.D: Annüitenin gelecekteki değeri (birikimli değeri)
- a(t): Bir birimlik yatırımın t anındaki birikim fonksiyonu.
- A(t): k birimlik yatırımın t anındaki tutar fonksiyonu.

4



H.Ü. FEN FAKÜLTESİ  
Aktüerya Bilimleri Bölümü

### FAZİN ÖLÇÜMÜ

Birikim ve Tutar Fonksiyonları

Paranın başlangıç değerine temel değer (sermaye), dönem (periyod) sonunda elde edilen değere ise *birikimli değer* denir. Birikimli değer ile başlangıç değeri arasındaki fark yatırım yapılan döneme ilişkin faiz değeridir.

Yatırımın yapıldığı andan sonra geçen süre *t* olarak ölçülür. Bu süre gün, ay, yıl, 10 yıl vb. gibi farklı birimlerle ölçülebilir. Bu süre *ölçüm dönemi*' ya da yalnızca *dönem* olarak adlandırılır. En yaygın dönem tersi belirtilmedikçe yıl olarak alınır.

5



H.Ü. FEN FAKÜLTESİ  
Aktüerya Bilimleri Bölümü

### FAZİN ÖLÇÜMÜ

Birikim fonksiyonu:  $a(t)$

Bu fonksiyon,

- $a(0)=1$
- $a(t)$ , genellikle artan bir fonksiyondur.
- Eğer faiz sürekli ise buna bağlı olarak fonksiyon da sürekli olacaktır.

6



### FAİZİN ÖLÇÜMÜ

Tutar fonksiyonu: Vade başında yapılan k birimlik bir yatırımın

$t \geq 0$  anındaki birikimli değeridir.  $A(t)$  ile gösterilir.

$$A(t) = k \cdot a(t)$$

$$A(0) = k$$

7



### FAİZİN ÖLÇÜMÜ

Birikim ve Tutar fonksiyonları

Bir yatırımın yatırım tarihinden sonra  $n$ 'inci dönem içerisinde kazandırdığı faiz,

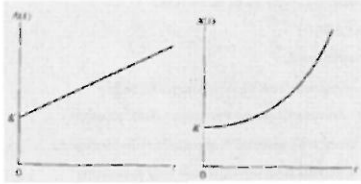
$$I_n = A(n) - A(n-1), \quad n \geq 1 \text{ tamsayı}$$

8



### FAİZİN ÖLÇÜMÜ

Tutar fonksiyonları

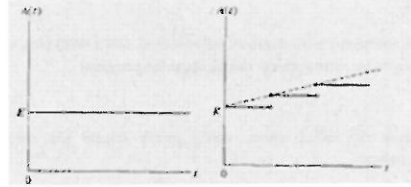


9



### FAİZİN ÖLÇÜMÜ

Birikim ve Tutar fonksiyonları



10



### FAİZİN ÖLÇÜMÜ

Efektif Faiz Oranı

$i$  efektif faiz oranı  $i = a(1) - a(0)$  ya da  $a(1) = 1+i$  ye eşdeğerdir.

$$i = \frac{(1+i) - 1}{1} = \frac{a(1) - a(0)}{a(0)} = \frac{A(1) - A(0)}{A(0)} = \frac{I_1}{A(0)}$$

$$i_n = \frac{A(n) - A(n-1)}{A(n-1)} = \frac{I_n}{A(n-1)} \quad n \geq 1 \text{ tamsayı}$$

11



### FAİZİN ÖLÇÜMÜ

Basit faize göre birikim fonksiyonu:  $a(t) = 1 + it \quad t \geq 0$

$$i_n = \frac{a(n) - a(n-1)}{a(n-1)} = \frac{[1 + in] - [1 + i(n-1)]}{1 + i(n-1)} = \frac{i}{1 + i(n-1)} \quad n \geq 1$$

Bileşik faize göre birikim fonksiyonu:  $a(t) = (1+i)^t \quad t \geq 0 \text{ ve tamsayı}$

$$i_n = \frac{a(n) - a(n-1)}{a(n-1)} = \frac{(1+i)^n - (1+i)^{n-1}}{(1+i)^{n-1}} = \frac{(1+i)^{n-1}[(1+i) - 1]}{(1+i)^{n-1}} = i$$

12

6

## FAİZİN ÖLÇÜMÜ

İskonto faktörü:  $v = \frac{1}{1+i} = (1+i)^{-1}$

Bugünkü Değer

Basit faiz:  $a^{-1}(t) = \frac{1}{1+it}$

Bileşik faiz:  $a^{-1}(t) = \frac{1}{(1+i)^t} = v^t$

13

6

## FAİZİN ÖLÇÜMÜ

Etkelif İskonto Oranı

$$d_n = \frac{A(n) - A(n-1)}{A(n)} = \frac{I_n}{A(n)} \quad n \geq 1 \text{ tam sayı}$$

$$i = \frac{d}{1-d}$$

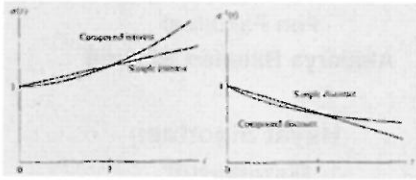
$$d = 1 - v$$

14

6

## FAİZİN ÖLÇÜMÜ

Etkelif İskonto Oranı



15

6

## FAİZİN ÖLÇÜMÜ

Faiz ve İskontunun Nominal Oranları

$i^{(m)}$  : Yılda m kez ödeme yapılan nominal faiz oranı

$\frac{i^{(m)}}{m}$  : Her bir ödeme periyodundaki etkelif faiz oranı

16

6

## FAİZİN ÖLÇÜMÜ

Faiz ve İskontunun Nominal Oranları

$$1+i = \left[1 + \frac{i^{(m)}}{m}\right]^m$$

$$i^{(m)} = m \left[ (1+i)^{1/m} - 1 \right]$$

$d^{(m)}$  : Yılda m kez yapılan iskonto ödemesinin nominal oranı

17

6

## TEMEL ANNÜTELER

Giriş

- Kesin Annüiteler
- Koşullu Annüiteler

18



### TEMEL ANNÜİTELER

#### Dönem Sonu Annüite (Annuity Immediate)



Bugünkü değer:

$$a_n = v + v^2 + v^3 + \dots + v^{n-1} + v^n = \frac{1-v^n}{i}$$

Birikimli değer:

$$s_n = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$



### TEMEL ANNÜİTELER

#### Dönem Sonu Annüite (Annuity Immediate)

$$s_n = a_n(1+i)^n$$

$$a_n = s_n(1+i)^{-n}$$



### TEMEL ANNÜİTELER

#### Dönem Başı Annüiteler (Annuity Due)



$$\ddot{a}_n = 1 + v + v^2 + \dots + v^{n-1} = \frac{1-v^n}{d}$$

$$\ddot{s}_n = (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1} + (1+i)^n = \frac{(1+i)^n - 1}{d}$$



Hacettepe Üniversitesi  
Fen Fakültesi  
Aktüerya Bilimleri Bölümü

Hayat Sigortası  
Matematiği



## HAYAT SİGORTASI MATEMATİĞİ

YAŞAM FONKSİYONLARI  
VE  
HAYAT TABLOLARI



Uzun yaşam ya da erken ölüm bireyin kendisinin ya da bakımına yükümlü olduğu yakınlarının yaşamlarını sürdürmelerinde sorunlara neden olabilir. Bu belirsizlik ölümün ve uzun yaşamın bir risk olarak kabul edilmesini gerektirir. Belli bir yaşta olan bireyin ne kadar yaşayacağı ve ne zaman öleceği bilinmemesine karşın, o yaşta olan kişilerden oluşan büyük bir gruptan ne kadarının o yıl içinde öleceği tahmin edilebilir. Bu tahmin işlemi yaşama ve ölüm olasılıklarını içeren yaşam ya da ölümlülük tablosu adı verilen tablolardan yararlanılarak yapılır.

Yaşam tabloları; geçmişteki deneyimlerin gelecekte de yinelenebileceği beklentisiyle, geçmişteki deneyimlere dayanarak gelecekteki olayların tahmini ilkesiyle oluşturulur.

6

**Ölüm Hızı:** İlgili yaştaki bir kimsenin belirli bir yıl içinde öleme olasılığı

Ölüm hızı; resmi ölüm kayıtlarından saptanan o yaşta gerçekleşmiş ölüm sayısı, ölüm riskine maruz kalan o yaştaki toplam kişi sayısına bölünerek bulunur.

25

6

**Bir Yaşam Tablosunun Oluşturulması**

Yaşlara göre yaşayan ve ölen kayıtları kullanılarak ölüm oranları kaba ölüm oranları, düzeltmeler yapılarak her bir yaş için ölüm oranları bulunur.

- Başlangıç yaşı
- Radiks: başlangıç yaşındaki kişi sayısı

Radiks yeterince büyük bir sayı olmalıdır. Genellikle 100.000, 1.000.000 ya da 10.000.000 gibi yuvarlak bir sayıdır.

1980 CSO Erkek tablosunda başlangıç yaşı sıfır ve radiks 10.000.000'dur.

26

6

Başlangıç yaşı=0,  
0 yaş için ölüm hızı=0,00289  
Radiks=10.000.000  
1 yaş için ölüm hızı=0,00087

olarak veriliyorsa 10.000.000\*0,00289=28.900 kişinin 0 ile 1 yaş arasında öleceği tahmin edilir.

- ⇒ 1 yaşında hayatta kalanların sayısı  
=10.000.000-28.900= 9.971.100
- 1 yaşında öleceği tahmin edilen kişi sayısı  
=9.929.200\*0,00087 = 8.675
- ⇒ 2 yaşında hayatta kalanların sayısı  
=9.929.200-8.675= 9.937.875

Bu işlem hiç yaşayanın kalmadığı en son yaşa kadar sürdürülür. Yaşayan kimsenin kalmadığı bu son yaş  $\omega$  ile gösterilir. 1980 CSO Erkek tablosunda  $\omega=100$  olduğu görülmektedir.

27

6

$x$  : yaşlar. 0 ile başlar  $\omega$  ile biter (1. kolon)

$l_x$  :  $x$  yaşında yaşayanların sayısı (4. kolon)

$d_x$  :  $x$  yaşında ölenlerin sayısı (5. kolon)

⇒  $l_{x+1}$  :  $x+1$  yaşında yaşayanların sayısı

$$l_{x+1} = l_x - d_x$$

olur.

28

6

$q_x$  :  $x$  yaşındaki bireyin 1 yıl içinde öleme olasılığı (2. kolon)

$$q_x = \frac{d_x}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x}$$

$p_x$  :  $x$  yaşındaki bireyin bir yıl hayatta kalma olasılığı (3. kolon)

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}$$

$$p_x + q_x = 1$$

⇒

29

6

**Gösterimler**

${}_n p_x$  :  $x$  yaşındaki bir kişinin  $x+n$  yaşına ulaşması olasılığı

$${}_n p_x = \frac{l_{x+n}}{l_x}$$

${}_n q_x$  :  $x$  yaşındaki bir kişinin  $x+n$  yaşına ulaşmadan ölmesi olasılığı

$${}_n q_x = \frac{d_x + d_{x+1} + \dots + d_{x+n-1}}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+n}}{l_x}$$

30

6

**Beklenen Yaşam Süresi**

Beklenen yaşam süresi (yaşam ümidi),  $x$  yaşındaki bir kişinin, geriye kalan ortalama hayatta kalma süresidir.  $e_x$  ile gösterilir.

$$e_x = \frac{l_{x+1} + l_{x+2} + l_{x+3} + \dots + l_{\omega-1}}{l_x}$$

Ölümlerin yıl içinde tekdüze dağılıma uygun biçimde olduğu varsayıldığında, her ölenin bir yarım yıl yaşadığı düşünülerek tam beklenen yaşam süresi aşağıdaki gibi elde edilir

$${}^0e_x = \frac{1}{2} + \frac{l_{x+1} + l_{x+2} + \dots + l_{\omega-1}}{l_x}$$

31

6

**Yaşam Fonksiyonu**

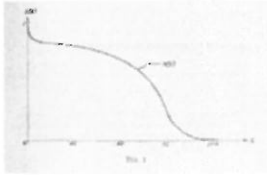
Ölümlülük verileri yaşayan insanların gözlenmesi sonucunda elde edilir. Kişilerin ölümü ile bireysel yaşam sona erer. Ölümlülük erken yaşlarda azalan bir hızla, yaş ilerledikçe artan bir hızla gerçekleşir.

Gözlem altına alınan bireyin yaşı  $x$  olsun.  $x$  genel olarak 0 ile başlar ve bir üst sınır ile sınırlanır. İlk olarak 0 yaşındaki bir bireyin  $x$  yaşına ulaşması olasılığını ele alalım. Bu olasılık  $x$  in fonksiyonu olarak ifade edilen ve yaşama (survival) fonksiyonu olarak adlandırılan  $s(x)$  fonksiyonu yardımıyla bulunur. Bu fonksiyon  $x$  in bir azalan fonksiyonudur.  $x$  yaşındaki bir kişinin yaşama olasılığı,  $x+t$  yaşında yaşaması olasılığından daha büyüktür.

32

6

$s(x)$  fonksiyonu sürekli bir fonksiyondur.  $x=0$  için  $s(x)=1$ , en yüksek yaşta ise  $s(\omega)=0$  olmaktadır. Genel olarak  $\omega$  100 civarında bir değerdir.



33

6

$s(x)$  sürekli, azalan ve her noktada türevi alınabilen bir fonksiyondur.  $s(x)$ 'in küçük yaşlar için hızla azaldığı, iki büküm noktasının olduğu başlangıçta konveks, sonra konkav, daha sonra yeniden konveks olduğu görülür.

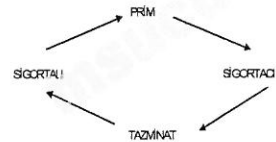
34

6

**HAYAT ANNÜİTELERİ**

35

6

**Net Tek Prim**

36





Hayat sigortası; bir şirket ya da organizasyon tarafından aynı riske maruz kalan çok sayıda bireyin sigortalanmasıyla, kişisel kayıpların belli bilimsel kurallara göre tüm grup tarafından paylaşılması sürecidir. Bir birey bir şirket tarafından sigortalandığında bir sözleşme yapılır, bu sözleşmeye poliçe denir.



Poliçe sahibi (hamili): Sigortalının kimliği

Brüt prim (gross premium): Sigortalının sigorta şirketine yapacağı ödemeler

Nominal değer: Ödenecek tazminat miktarı

Hak sahipleri (beneficiary): Tazminatın ödeneceği kişiler

Poliçe tarihi (policy date/date of issue): Poliçenin düzenlendiği tarih

Geçerlilik süresi: Kişinin ölmesi durumunda tazminata hak kazanılacağı periyot



Poliçe yılı (policy years): Poliçenin düzenleme tarihinden sonra geçen yıllar

Tazminat: Sigortalının ölümü halinde, sigortalının hak sahiplerine ödeyeceği meblağ

Sigortalının bu tazminatı ödeyebilmesi için sigortalının da bu tazminata karşılık bir bedel ödemesi gerekir. Sigortalının yaşlar itibarıyla ölüm olasılıkları dikkate alınarak belirli bir faiz oranına göre ödenecek tazminatın bugünkü değerine (present value) hayat sigortasında net tek prim (net single premium) ya da hayat sigortasının aktüeryal bugünkü değeri denir.



Bir poliçenin net tek primi ya da toplam bugünkü değeri aşağıda verilen koşullar altında poliçe tazminatının bugünkü değerine eşittir. (Nimet-külfet ilişkisi)

>Tazminat poliçe yılı sonunda ya da ölüm anında ödenecektir.

>Sigorta şirketinin yatırım fonları varsayılan faiz oranı ile tam olarak aynı getiriyi kazandıracaktır.

>Sigortalıların ölümleri hesaplamada kullanılan hayat tablosuna göre gerçekleşecektir.



### Net Tek Prim

Net tek prim hesaplamalarındaki üç önemli varsayım:

1. Kullanılan hayat tablosunun doğruluğu,
2. Varsayılan faiz oranının doğruluğu,
3. Sigortalılardan toplanan tüm net tek primlerin ve bunların kazanılmış faiz gelirlerinin sigorta sözleşmesinde taahhüt ödemelerin yapılabilmesi için kullanılması.



$$\left. \begin{array}{l} \text{Sigortalılardan} \\ \text{toplanan} \\ \text{net tek primlerin} \\ \text{toplamı} \end{array} \right\} = \left. \begin{array}{l} \text{Sigortalılara} \\ \text{gelecekte yapılacak} \\ \text{tüm ödemelerin toplamının} \\ \text{bugünkü değeri} \end{array} \right\}$$

6

## Tek Ödemeli Yaşam Sigortası (Pure Endowment)

$$\frac{\ell_x}{x} \quad \frac{\ell_{x+1}}{x+1} \quad \dots \quad \frac{1}{x+n} \quad \frac{\ell_{x+n}}{x+n}$$

$${}_nE_x = v^n \frac{\ell_{x+n}}{\ell_x} = v^n \cdot {}_n p_x$$

$$D_x = \ell_x v^x$$

43

6

Bugün  $x$  yaşında olan bir kişiye  $n$  yıl sonra hayatta kalma koşuluna bağlı olarak  $R$  gibi bir tazminat ödenmek isteniyorsa, bu tazminatın bugünkü değeri,

$$A = R \cdot {}_nE_x = R \cdot v^n \cdot {}_n p_x$$

$$\ell_x \cdot {}_nE_x = v^n \cdot \ell_{x+n}$$

Bu eşitliğin sağ tarafı  $v^x$  ile bir kez çarpılıp bir kez bölünürse,

$${}_nE_x = v^n \frac{\ell_{x+n}}{\ell_x} \frac{v^x}{v^x} = \frac{v^{x+n} \ell_{x+n}}{v^x \ell_x} \quad {}_nE_x = \frac{D_{x+n}}{D_x}$$

olur.

44

6

## Hayat Annüiteleri

Hayat annüiteleri ödeme sürelerine göre,

- Ömür Boyu (Whole Life) Hayat Annüitesi,
- Dönemsel (Temporary) Hayat Annüitesi

şeklinde sınıflandırılabilir.

45

6

Hayat annüiteleri ödemelerin başladığı tarihe göre de sınıflandırılabilir;

- Basit Hayat Annüitesi (Ordinary Life Annuity)
- Ertelemiş Hayat Annüitesi (Deferred Life Annuity)

46

6

## Ömür Boyu Hayat Annüitesi

Ömür boyu hayat annüitesi, kişinin sigortalandığı anda başlar ve hayatta kalma koşuluna bağlı olarak hayatta kaldığı sürece devam eder.

## Dönem Sonu Hayat Annüitesi

$$\frac{1}{x} \quad \frac{1}{x+1} \quad \frac{1}{x+2} \quad \frac{1}{x+3} \quad \dots \quad \frac{1}{x+w-1} \quad \frac{1}{w-1}$$

47

6

$a_x$ :  $x$  yaşındaki bir kişi için yaşadığı süre boyunca her yılın sonunda 1 birimin ödendiği tam hayat annüitesinin net tek primidir. Kişinin böyle bir ürünü alabilmesi için fona yapacağı katkı tutarını gösterir. Kişilerin bu fona toplam katkıları ile kişilere yapılacak tüm ödemelerin bugünkü değerlerinin birbirine eşit olması gerekir. Dolayısıyla,

$$\ell_x \cdot a_x = v \ell_{x+1} + v^2 \ell_{x+2} + v^3 \ell_{x+3} + \dots + v^{w-x} \ell_w$$

$$a_x = \frac{v \ell_{x+1} + v^2 \ell_{x+2} + v^3 \ell_{x+3} + \dots + v^{w-x} \ell_w}{\ell_x}$$

olur.

48

6

Bu eşitlik  $v^x$  ile bir çarpılıp bölüldüğünde,

$$a_x = \frac{v^{x+1} \ell_{x+1} + v^{x+2} \ell_{x+2} + v^{x+3} \ell_{x+3} + \dots + v^{n-1} \ell_{n-1}}{v^x \ell_x}$$

$$a_x = \frac{D_{x+1} + D_{x+2} + D_{x+3} + \dots + D_{n-1}}{D_x}$$

$$N_x = D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_{n-1}$$

$$a_x = \frac{N_{x+1}}{D_x}$$

olur.

49

6

Ödemeler dönem başında yapılırsa, dönem başı hayat annüitesi adını alır ve net tek prim  $\ddot{a}_x$  ile gösterilir

$$\frac{1}{x} \quad \frac{1}{x+1} \quad \frac{1}{x+2} \quad \frac{1}{x+3} \quad \dots \quad \frac{1}{x+w-1} \quad \frac{1}{w-1}$$

$$\ddot{a}_x = 1 + a_x$$

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}$$

eşitliği elde edilir.

50

6

#### Dönem Annüitesi

x yaşındaki bir kişiye yaşama koşuluna bağlı olarak n yıl boyunca her yılın başında yapılan 1 birimlik ödeme dizisinin bugünkü değeri ya da net tek prim  $\ddot{a}_{x:\overline{n}|}$  olsun. Buna göre,

$$\frac{1}{x} \quad \frac{1}{x+1} \quad \frac{1}{x+2} \quad \frac{1}{x+3} \quad \dots \quad \frac{1}{x+n-1} \quad \frac{1}{x+n}$$

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \frac{D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_{x+n-1}}{D_x}$$

$$N_x = D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \dots + D_{n-1} \quad \ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$$

olur.

51

6

#### Yılda m Kez Ödemeli Hayat Annüiteleri

$\ddot{a}_x^{(m)}$  : x yaşındaki bir kişi için hemen başlayan, ömür boyu devam eden yıllık toplam ödemenin 1 birim ve her taksitin  $1/m$  olduğu hayat annüitesinin bugünkü değeri,

$$\ddot{a}_x^{(m)} = \frac{1}{m} (1 + \frac{1}{m} E_{x,1} + \frac{2}{m} E_{x,2} + \dots)$$

$$\ddot{a}_x^{(m)} \cong \ddot{a}_x - \frac{(m-1)}{2m}$$

52

6

$$\ddot{a}_x^{(4)} \cong \ddot{a}_x - \frac{1}{4} \quad \ddot{a}_x^{(2)} \cong \ddot{a}_x + \frac{1}{4}$$

$$\ddot{a}_x^{(8)} \cong \ddot{a}_x - \frac{3}{8} \quad \ddot{a}_x^{(3)} \cong \ddot{a}_x - \frac{3}{8}$$

$$\ddot{a}_x^{(12)} \cong \ddot{a}_x - \frac{5}{12} \quad \ddot{a}_x^{(6)} \cong \ddot{a}_x + \frac{5}{12}$$

$$\ddot{a}_x^{(24)} \cong \ddot{a}_x - \frac{11}{24} \quad \ddot{a}_x^{(3)} \cong \ddot{a}_x + \frac{11}{24}$$

53

6

## AKTÜERYA MATEMATİĞİ

### NET PRIMLER

54



### Hayat sigortaları

- Ömür boyu ya da sınırlı bir süre için geçerli olmasına,
- Geçerlilik süresinin hemen ya da belirli bir süre ertelenerek başlamasına,
- Sabit miktarlarda ya da değişen miktarlarda tazminat belirlenmesine,
- Tazminatın ölümün olduğu poliçe yılının sonunda ya da hemen ölüm anında ödenmesine,

bağlı olarak sınıflandırılabilir.

55



Bir hayat sigortasından söz edildiğinde tersi belirtilmedikçe ömür boyu geçerli, hemen başlayan, sabit miktarda prim ödemeli ve poliçe yılı sonunda tazminatın ödendiği hayat sigortası akla gelecektir.

56



### Tam Hayat Sigortası

x yaşındaki bir kişi için ömür boyu geçerli, hemen başlayan ve ölüm yılının sonunda 1 birim ödemeli tam hayat sigortasının bugünkü değeri  $A_x$  ile gösterilir.

$$A_x = \frac{v d_x + v^2 d_{x+1} + v^3 d_{x+2} + \dots + v^{n-x} d_{n-1}}{i_x}$$

$i_x$ : x yaşında yaşayan kişi sayısı

$d_x$ : x ile x+1 yaşları arasında ölen kişi sayısı

v: iskonto faktörü

57



$$A_x = \frac{v^{x+1} d_x + v^{x+2} d_{x+1} + v^{x+3} d_{x+2} + \dots + v^w d_{w-1}}{v^x i_x}$$

$$C_x = v^{x+1} d_x$$

$$A_x = \frac{C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \dots + C_{w-1}}{D_x}$$

$$A_x = \frac{M_x}{D_x}$$

$$C_x = v^{x+1} d_x \quad M_x = C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \dots + C_{w-1}$$

58



Benzer biçimde x yaşı için R teminatı üzerinden bir tam hayat sigortasının net tek primi

$$R A_x = R \frac{M_x}{D_x}$$

olur.

59



### Tek Primler Arasındaki İlişkiler

$\ddot{A}_x$ : x yaşındaki bir kişinin hayatta kaldığı sürece her dönemin başında yaptığı 1 birimlik ödemenin bugünkü değeri

$A_x$ : x yaşındaki bir kişinin ölmesi durumunda mirasçılarının ölüm yılının sonunda ödenecek 1 birimin bugünkü değeridir.

60



### Yıllık Primler

Tam hayat teminatı veren bir poliçeler prim ödeme süresine göre iki gruba ayrılır:

- Ömür boyu prim ödemeli (Sıradan-ordinary) tam hayat
- Sınırlı süreli prim ödemeli (limited payment) tam hayat

61



$P_x$ : x yaşındaki bir kişinin öldüğü yılın sonunda lehtarlarının alacağı 1 birimlik teminata karşılık, sigortalının yaşadığı sürece, dönem başlarında ödeyeceği yıllık net prim miktarını gösterir.

$$P_x = \frac{A_x}{\ddot{a}_x} \quad P_x = \frac{M_x}{N_x}$$

$$A_x = 1 - d\ddot{a}_x$$

$$P_x = \frac{1}{\ddot{a}_x} - d$$

62



${}_n P_x$ : Sınırlı ödemeli tam hayat sigortasının yıllık değişmez net primi olsun. Burada sadece ödeme n dönem ile sınırlanmıştır.

$${}_n P_x = \frac{A_x}{\ddot{a}_{x:\overline{n}|}}$$

$${}_n P_x = \frac{M_x}{N_x - N_{x+n}}$$

63



### Dönem Sigortası

x yaşında bir kişi için n yıl geçerli olan 1 birimlik hayat sigortasının bugünkü değeri  $A_{x:\overline{n}|}^1$  ile gösterilir.

$$A_{x:\overline{n}|}^1 = \frac{v.d_x + v^2.d_{x+1} + v^3.d_{x+2} + \dots + v^n.d_{x+n-1}}{\ell_x}$$

$$A_{x:\overline{n}|}^1 = \frac{M_x - M_{x+n}}{D_x}$$

64



x yaşındaki bir kişi için bir yıllık bir dönem sigortasının net tek primi, x yaşı için doğal prim (natural premium) olarak adlandırılır ve  $C_x$  ile gösterilir.

$$C_x = A_{x:\overline{1}|}^1 = \frac{M_x - M_{x+1}}{D_x} = \frac{C_x}{D_x}$$

65



Eğer  ${}_m P_{x:\overline{n}|}^1$ ,  $m = n$  olması durumunda m yıllık prim ödemeli n dönemlik ve 1 birimlik sigortanın net yıllık primi ise

$${}_m P_{x:\overline{n}|}^1 = \frac{A_{x:\overline{n}|}^1}{\ddot{a}_{x:\overline{m}|}}$$

ve

$${}_m P_{x:\overline{n}|}^1 = \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+m}}$$

olur.

66

6

Prim ödeme dönemi ile dönem sigortasının dönemi çakıştığına yani  $m=n$  olduğunda  ${}_mP_{x:n}^1$  gösterimi  $P_{x:n}^1$  biçiminde kısaltılabilir.

Bu durumda

$$P_{x:n}^1 = \frac{A_{x:n}^1}{\ddot{a}_{x:n}} = \frac{M_x - M_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}$$

olur.

67

6

### Karma Sigorta (Endowment)

$n$  yıllık karma sigorta " $n$  yıllık dönem sigortası +  $n$  yıllık pure endowment" olarak ele alınır. 1 birimlik,  $n$  yıllık karma sigortanın net tek primi  $A_{x:n}$  ile gösterilir.

$$A_{x:n} = A_{x:n}^1 + {}_nE_x$$

$$A_{x:n} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{D_x}$$

$$A_{x:n} = 1 - d\ddot{a}_{x:n}$$

68

6

1 birimlik  $n$  yıllık karma sigortada  $m$  ( $m \leq n$ ) yıl için ödenen yıllık net prim  ${}_mP_{x:n}$  ile gösterilsin.

$${}_mP_{x:n} = \frac{A_{x:n}}{\ddot{a}_{x:m}} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+m}}$$

69

6

Ödeme dönemi  $m$  ile endowment dönemi  $n$  ile çakışırsa, yani  $m=n$  olursa  ${}_mP_{x:n}$  ifadesi  $P_{x:n}$  biçiminde kısaltılabilir.

$$P_{x:n} = \frac{M_x - M_{x+n} + D_{x+n}}{N_x - N_{x+n}}$$

$$P_{x:n} = \frac{A_{x:n}}{\ddot{a}_{x:n}} = \frac{1}{\ddot{a}_{x:n}} - d$$

70

6

### Genel Sigorta Formülü

Bir sigorta teminatının herhangi bir andaki değeri için

$$R \frac{M_a - M_b}{D_c}$$

genel bir açıklama yazılabilir. Bu ifade,  $c$  yaşındaki bir kişinin  $a$  yaşından sonraki bir  $b$  yaşından önce ölmesi durumunda, ölümün gerçekleştiği yılın sonunda alacağı  $R$  tazminatının bugünkü değerini ya da net tek primini gösterir.

71

6

## AKTÜERYA MATEMATİĞİ BRÜT PRİMLER

72



Net yıllık primler, sadece mortalite ve faiz oranları kullanılarak tazminatı karşılayacak şekilde hesaplanır. Masraf ve kar net prim hesabında göz ardı edilir. Brüt prim, sigortalının sigorta şirketine ödediği primdir. Brüt primler net primlerden iki şekilde ayrılır:

- Brüt primler masraf, kar ve öngörülemez sıkıntıları karşılayacak bir miktarı da içerir.
- Brüt primler, rezerv ve ayrılma değerlerinin aksine, yasaca belirlenmiş faiz oranı ve mortalite tablosuna bağlı olarak hesaplanmak zorunda değildir.



Brüt primler farklı mortalite ve faiz oranları ile hesaplanabilir, genellikle net primlerden büyüktürler. Brüt primin net primi aşan kısmı "yükleme" olarak adlandırılır

$$BrütPrim - NetPrim = Yükleme$$

ya da

$$NetPrim + Yükleme = BrütPrim$$

olur.



**Sigorta Şirketi Masraflarının Belirlenmesi:** Brüt primlerin hesaplanmasının en karmaşık kısımlardan biri masrafları karşılayacak miktarın belirlenmesidir. Bu nedenle şirket muhasebecileri ve aktüerleri şirketin maruz kalacağı masrafları detaylı bir şekilde analiz ederler. Bu analizlerde masraflar genellikle 3 kategoride incelenir. Brüt primin bulunmasında bu kategorilerin her biri ayrı ayrı hesaplama katılabilir.

- Poliçe miktarından bağımsız olarak her poliçe için sabit olan masraflar: poliçeyi yürürlükte tutma maliyeti, prim toplama, tazminat ödeme maliyetleri,...
- Prim miktarına bağlı olarak değişen masraflar: vergiler, acenta komisyonları,...
- Tazminat miktarına bağlı olarak değişen masraflar



Genellikle masraflar, poliçenin ilk yılında daha sonraki yıllara göre daha fazladır. Bu nedenle poliçenin ilk yılında daha fazla yükleme yapılabilir. Ancak yüklemeler tüm yıllar için aynıysa (çünkü sabit net ve brüt prim söz konusudur) aktüer masraf kesintileri için sabit yıllık bir miktar belirler. Bu miktar genellikle şu şekilde belirlenir: yıllık olarak alınacak sabit masraf kesintilerinin bugünkü değeri, sigorta şirketinin maruz kalacağı varsayılan gerçek masrafların bugünkü değerine eşit olmalıdır.



#### DESTEKTEN YOKSUN KALMA TAZMİNATI

Bir kişinin vefatı nedeniyle, onun sağlığında iken fiden destek olduğu ya da ileride destek olacağı kuvvetle muhtemel olan bireylerin, vefat eden kişi hayatta iken sahip oldukları yaşam seviyelerinin ölüm olayından sonra da devam ettirebilmelerini sağlamaya yönelik bir tazminat türüdür. Tazminatın amacı, desteğin ölümü nedeniyle onun desteğinden yoksun kalanların refah seviyelerinde ölüm olayından sonra bir kayıp yaşanmasını önlemektir. Ölüm, bir başka kişinin kusurlu bir hareketi sonucunda meydana gelmiş ya da kusur olmasa bile ölüm olayından hukuken bir başka kişi sorumlu tutulabiliyorsa, ölüm nedeniyle desteğini kaybedenler, ölüm olayında kusuru bulunan ya da kusursuz da olsa hukuken sorumluluğu olanlardan tazminat talep edebilmektedirler.



#### DESTEKTEN YOKSUN KALMA TAZMİNATI

6098 sayılı Türk Borçlar Kanunu'nun 49.maddesine göre kusurlu ve hukuka aykırı bir fiille başkasına zarar veren bir kişi, bu zararın gidermekle yükümlüdür.

Aynı Kanununun 53.maddesinde, ölüm halinde uğranılan zararlar olarak özellikle;

1. Cenaze giderleri,
2. Ölüm hemen gerçekleşmemişse tedavi giderleri, ayrıca çalışma gücünün azalmasından ya da yitilmesinden doğan kayıplar ve
3. Ölenin desteğinden yoksun kalan kişilerin bu nedenle uğradıkları kayıplar sayılmıştır.



#### DESTEKTEN YOKSUN KALMA TAZMİNATI

Dolayısıyla, destekten yoksun kalma tazminatı, esas itibarıyla hukuki dayanağını 6098 sayılı Kanunun 53.maddesinden almaktadır.

Diğer yandan, destekten yoksun kalma tazminatının hesaplanmasına ilişkin temel ilkeler de kanunda düzenlenmiştir. Kanunun 55'inci maddesinde, destekten yoksun kalma zararları ile bedensel zararların, 6098 sayılı Kanun hükümlerine ve sorumluluk hukuku ilkelerine göre hesaplanacağı ve kısmen veya tamamen rücu edilemeyen sosyal güvenlik ödemeleri ile ifa amacını taşımayan ödemelerin, bu tür zararların belirlenmesinde gözetilmeyeceği; zarar veya tazminattan indirilemeyeceği, ayrıca hesaplanan tazminatın, miktar esas alınarak hakkaniyet düşüncesi ile artırılamayacağı ve azaltılamayacağı düzenlenmiştir.

79



#### Destekten Yoksun Kalma Tazminatı

- Destek ve Destekten Yoksun Kalanların Belirlenmesi
- Kullanılacak Mortalite Tablosunun Belirlenmesi
- Destek Süresinin Belirlenmesi
- Aktif ve Pasif Destek Süresinin Belirlenmesi
- Aktif Dönem Gelirinin Belirlenmesi
- Pasif Dönem Gelirinin Belirlenmesi
- Gelirin Paylaştırılması
- Teknik Faiz Oranı
- Dul Kalan Eşin Yeniden Evlenme Olasılığı
- Tazminat Hesabı

80



#### Destek ve Destekten Yoksun Kalanların Belirlenmesi

Bir kişiye fiilen ve düzenli şekilde bakım veya yardımda bulunan ya da bakması veya yardımda bulunması kuvvetle muhtemel olan kişi, bakılan ya da yardımda bulunan/bulunulacak açısından destek kabul edilmektedir. Destek tarafından yapılan yardım veya bakımın, kanuni veya akdi bir yükümlülüğünden kaynaklanıyor olması gerekmektedir. Önemli olan, yardım veya bakımın eylemli olarak yapılması ya da ilerde yapılacağına kuvvetle muhtemel olmasıdır.

Bir ölüm olayında ölenen kimler için destek olduğu, sağlığında iken düzenli olarak bakım ve yardımda bulunduğu ve yaşasaydı bulunmaya devam edeceği kişiler göz önünde bulundurulurken belirlenir. Bunlar, geride kalan eş ve çocuklar ile anne ve baba olabileceği gibi eski eşler, kayınpeder, kayınvalide, kardeşler, komşular ya da burs veya yardımda bulunulan diğer kişiler de olabilir.

81



#### Destek ve Destekten Yoksun Kalanların Belirlenmesi

Sorumluluk sigortaları kapsamında bir ölüm olayının gerçekleşmesi ve bu durumdan sigortalının sorumlu olması halinde, ölen kişinin sağlığında iken bakmakta veya yardımda bulunmakta olduğu kişiler ile ilerde bakması veya yardımda bulunması gereken kişilerin, her bir olayda özel olarak araştırılması ve ortaya konulması gerekmektedir.

Şirket tarafından yapılan araştırmanın yeterli olmadığı durumlarda, aktüerler tarafından mevcut bilgi ve belgelere göre desteğini kaybettiği tespit edilenler için tazminat hesaplamak yerine, gerekli bilgi ve belgeler talep edildikten ve mümkünse temin edildikten sonra hesaplama yapılması gerekmektedir.

82



#### Kullanılacak Mortalite Tablolarının ve Destek Süresinin Belirlenmesi

Tazminatın hesaplanabilmesi için desteğin destek olabileceği, desteğini kaybedenlerin de destek alabilecekleri süresinin belirlenmesi gerekmektedir.

İnsan ömrünün sınırlı olması ve yaşamın belirli bir kısmında gelir elde edilebilmesi ve başkalarına destek olabilmesi nedeniyle, bir ölüm olayında desteğini kaybedenlerin sınırsız bir destek kaybetmiş olmaları söz konusu olamaz. Dolayısıyla, sigorta konusu riskin gerçekleşmesi sonucu bir ölüm olayının yaşanmasında desteklik durumunun tam olarak belirlenebilmesi için aşağıdaki soruların belirli varsayımlara göre hesaplanması gerekmektedir.

83



#### Kullanılacak Mortalite Tablolarının ve Destek Süresinin Belirlenmesi

Kaza sonucunda vefat eden destek eğer ölmemiş olsa idi; Ne kadar süre ile destek olabilecekti ya da ne zaman destek olmaya başlayacak ve desteği ne kadar sürecek?

Desteğini kaybedenler ne kadar süre bu destekten yararlanabileceklerdi ya da ne zaman yararlanmaya başlayacaklar ve destek ne kadar sürecek?

Bu sorulara kesin ve tam doğru bir cevap verilmesi mümkün değildir. Bu nedenle, insanların olası yaşam süresinin belirlenmesinde Hayat (Mortalite) tablolarından yararlanılarak, cinsiyete ve olay tarihindeki yaşa göre kişilerin ortalama yaşam süreleri belirlenmekte ve buna göre hesaplama yapılmaktadır.

84





### Hayat Tabloları

Günümüze kadar olan dönemde çeşitli ülkelerde her bir yaş için ortalama yaşam sürelerini veren birçok hayat tablosu hazırlanmıştır. Halen ülkemizde de kullanılan ilk Mortalite Tablolarından biri 1931 yılı verilerine göre Fransa'da oluşturulan PMF 1931 (Population Masculine et Feminine, Kadın ve Erkek Nüfusu) hayat tablosudur.

Bu tablodan sonra çeşitli ülkeler tarafından farklı tarihlere yeni tablolar hazırlanmıştır. Bunlardan en çok bilineni CSO 1953-1958 (ortak), CSO 1980, CSO 2001 ve son olarak 2010 yılında ülkemizde hazırlanan TRH 2010 Hayat Tablosudur.

85



### Hayat Tabloları

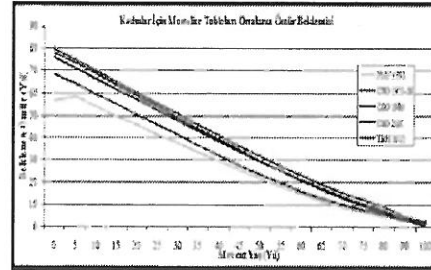
Türkiye İstatistik Kurumu verilerine göre 2013 yılı için ülkemizde doğuştan beklenen ortalama yaşam süresi kadınlarda 79,2; erkeklerde ise 74,7 yıldır. Buna karşılık, PMF 1931 Mortalite tablosunda doğumda beklenen ortalama yaşam süresi yaklaşık 57 yıldır. Aşağıda çeşitli mortalite tablolarına göre belirli bir yaşta olan kişilerin ortalama yaşam süreleri gösterilmiştir

86

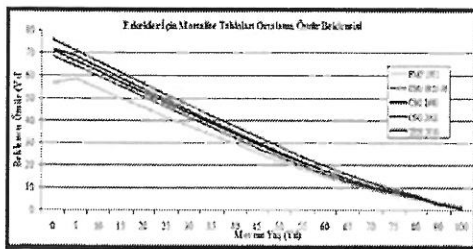


Yaş	PMF 1931		CSO 1953-58		CSO 1980		CSO 2001		TRH 2010	
	Ortak	Kadın	Ortak	Kadın	Erkek	Kadın	Erkek	Kadın	Erkek	
Doğum	56,64	58,3	58,3	75,83	70,83	79,11	75,67	78,02	71,93	
5	58,61	61,19	71,28	66,41	74,98	70,32	71,73	61,27		
10	54,03	59,58	66,53	61,66	70,05	65,9	68,77	63,7		
15	49,49	54,95	61,76	56,93	65,14	61,01	63,8	57,7		
20	45,9	50,37	57,04	52,37	60,27	56,26	58,35	53,99		
25	41,49	45,82	52,34	47,84	55,42	51,54	53,92	49,24		
30	37,5	41,25	47,6	43,14	50,51	46,82	49	44,45		
35	33,49	36,69	42,98	38,61	45,78	42,08	44,1	39,67		
40	29,73	32,18	38,36	34,05	41,03	37,36	39,23	34,93		
45	25,64	27,81	33,88	29,62	36,33	32,73	34,43	30,27		
50	21,88	23,53	29,53	25,36	31,74	28,23	29,74	25,79		
55	18,28	19,31	25,31	21,39	27,34	23,86	25,16	21,4		
60	14,89	16,13	21,25	17,51	23,18	19,75	20,79	17,62		
65	11,75	12,9	17,32	14,04	19,24	15,94	16,63	14,04		
70	8,98	10,12	13,47	10,96	15,55	12,5	12,87	10,87		
75	6,88	7,81	10,32	8,31	12,16	9,4	9,62	8,17		
80	4,85	5,92	7,48	6,18	9,14	6,76	7,01	5,99		
90	2,71	3,06	3,45	3,18	4,64	3,2	3,25	2,9		
100	2	1,5	1,5	1,5	2,23	1,64	0,5	0,5		

87



88



89



### Hayat Tabloları

2010 yılında TÜİK verileri ile oluşturulan TRH 2010 Hayat Tablosunun, ülkemizdeki durumu en iyi yansıtan veya gerçek duruma en yakın tablo olarak dikkate alınması gerekmektedir. Bu durumda, yukarıda yer alan her iki grafikte de (kadınlar ve erkekler için) TRH 2010 tablosuna göre en fazla sapma içeren ve hem vefat eden, hem de destegini kaybedenler için en olumsuz sonuç veren (beklenen yaşam süresinin daha kısa olması nedeniyle) hayat tablosunun PMF 1931 olduğu ve onu CSO 1953-58 tablosunun izlediği görülmektedir.

90



### Hayat Tabloları

Buna karşılık, CSO 1980 Mortalite tablosunun her iki grupta da TRH 2010 Mortalite tablosuna en yakın sonuçları verdiği ve belli bir yaşa kadar yaşam beklentisi anılan tabloda bir miktar düşük olmasına rağmen ilerleyen yaş gruplarında her iki tablonun örtüştüğü, CSO 2001 tablosunun ise her iki grupta da TRH 2010 tablosuna kıyasla her yaş için daha uzun bir yaşam beklentisi öngördüğü görülmektedir.

91



### Destek

Bir başkasının kusuru sonucunda vefat eden bir kişinin, ölümüne sebep olan olayın gerçekleşmemiş olması ve hayatta kalması halinde yaşayabileceği tahmini yaşam süresinin hesaplanmasında gerçek durumdan daha düşük bir sürenin esas alınması, ölen kişi açısından desteğini kaybedenlere daha az süre ile destek olacağı anlamına gelmektedir. Sonuçta, olası ömür beklentilerinin düşük alınması gerçek tutardan daha düşük destekten yoksun kalma tazminatı hesaplanmasına neden olmaktadır.

92



### Desteği Kaybeden

Diğer yandan, bu durum desteğini kaybedenler açısından ele alındığında, desteğini kaybedenlerin olası yaşam sürelerinin gerçek durumdan daha düşük belirlenmesi daha az süre yaşayacak olmaları nedeniyle daha az süre ile destek alabilecekleri anlamına gelmektedir. Bu duruma daha düşük tazminat hesaplanmasına neden olmaktadır. Dolayısıyla, hem vefat eden hem de desteğini kaybedenler açısından beklenen yaşam süresinin gerçek durumdan daha düşük alınması destekten yoksun kalınan tazminatın önemli tutarda düşük hesaplanmasına neden olacaktır.

93



### Aktif ve Pasif Destek Süresinin Belirlenmesi

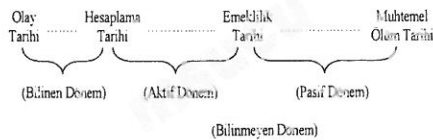
Diğer yandan, desteğin, ölmemiş olması halinde ortalama yaşam süresinin tamamında destek olması söz konusu olmayacağından, destekli durumunun başladığı veya başlayacağı, aktif olarak devam edeceği ve varsa pasif çalışma dönemlerinin tespit edilmesi gerekecektir.

Günümüzde kişiler belirli bir yaşla çalışmaya başlamakta, belirli bir süre ya da yaşa kadar bir sosyal güvenlik kurumuna bağlı olarak çalışmakta ve belirli bir yaşta aktif çalışma dönemlerini sona erdirerek emeklilik veya pasif çalışma dönemi olarak adlandırılan bir sürece girmektedirler. Kişilerin aktif çalışma dönemleri ile pasif çalışma dönemleri arasındaki gelirlerinde farklılık söz konusudur. Bu nedenle, hesaplamanın doğru yapılabilmesi için aktif çalışma dönemi ile pasif çalışma dönemlerinin belirlenmesi gerekmektedir.

94



Donemlere ilişkin ayım aşağıdaki şekilde gösterilmiştir.



95



### Aktif ve Pasif Dönemler

Günümüz sosyal güvenlik sisteminde, işe yeni başlayanlar için kadınlarda 60, erkeklerde ise 65 yaşında emeklilik söz konusudur. Buna karşılık, 5510 sayılı Kanun yürürlüğe girmeden (15/10/2008 tarihinden) önce çalışmaya başlayanlarda sigortalılık süresine bağlı olarak kademeli bir geçiş öngörülmüştür. Dolayısıyla, destekten yoksun kalma tazminatının hesaplanmasında vefat edenin bir sosyal güvenlik kurumuna tabi olarak çalışması halinde muhtemel emeklilik süresi dikkate alınarak hesaplama yapılması, henüz sosyal güvenlik sistemine dahil olmamış bir kişinin vefat etmesi halinde ise kadınlarda 60, erkeklerde ise 65 yaşında emeklilik olacağı varsayılarak, anılan yaşlara kadar olan dönem aktif çalışma dönemi, anılan yaşlardan sonraki dönem ise pasif çalışma dönemi olarak dikkate alınarak hesaplama yapılması gerekmektedir.

96



#### Destek Süresi

Yargıtay'ın yerleşik içtihatlarında, erkek çocuklara 18 yaşını doldurana kadar destek olunması gerektiği belirtilmekte, ancak desteğin yardım ve bakıma ihtiyacı olduğunun tespiti halinde bu sürenin 18 yaşın üzerine çıkabileceği kabul edilmektedir. Kız çocuklarında ailesinin desteğinden yararlanma yaş sınırı olarak ise genelde kırsal kesimlerde 20, şehirlerde 22 yaş kabul edilmektedir. Buna karşılık, sosyal durumları bakımından yüksek tahsile devam edecekleri kuvvetle muhtemel olan veya ölüm veya tazminat hesaplama tarihinde yüksek tahsile devam etmekte olan çocuklara yapılacak yardım süresi 22-25 yaşlara kadar çıkabilmektedir.

97



#### Destek Süresi

Bir kişinin vefatı nedeniyle desteğini kaybeden eşe tazminat hesaplanmasında kullanılacak hayat tablosuna göre normal şartlarda eşin beklenen yaşam süresinin ve ne kadar süre ile destekten yararlanabileceği olduğunun belirlenmesi gerekmektedir. Bunun için ilgili hayat tablosundaki beklenen yaşam süresi esas alınmaktadır.

Yargıtay tarafından istikrarlı şekilde kabul edildiği üzere eşler hayatta oldukları ve birlikte yaşadıkları sürece birbirlerine destek olmaktadır. Bu nedenle, eşinin vefatı nedeniyle geride kalanın erkek veya kadın olmasına bakılmaksızın, muhtemel yaşam süreleri boyunca eşlerin birbirine destek olacaklarının kabul edilmesi gerekmektedir.

98



#### Destek Süresi

Vefat eden eşin bir sosyal güvenlik kurumuna bağlı olarak çalışırken iş kazası niteliğindeki olmayan bir kaza sonucunda vefat etmesi ve vefat nedeniyle emeklilik için yeterli kadar prim ödemesi durumunda, geride kalan eşin olası yaşam süresi daha uzun ise desteğini yitiren eşin olası yaşam süresi boyunca destekten mahrum kaldığı varsayılarak hesaplama yapılması gerekmektedir. Çünkü, eğer söz konusu kaza gerçekleşmemiş olsa idi vefat eden eş belirli bir süre sonra emeklilik hakkı kazanacak ve desteğin muhtemel yaşam süresi daha kısa olmasına rağmen kendisinden sonra hayatta kalan eşine sosyal güvenlik kurumu tarafından aylık bağlanacaktır. Ancak, tazminata konu olay nedeniyle desteğini kaybeden eş hayatı boyunca elde edebileceği bir desteği kaybetmiştir. Dolayısıyla ödenecek tazminatın da buna göre hesaplanması gerekmektedir.

99



#### Destek Süresi

Anne ve babadan hayatta olanlar için çalışmada kullanılan hayat tablosundaki olası yaşam süreleri ile sınırlı olmak üzere tazminat hesaplaması yapılması gerekmektedir.

100



#### Aktif Dönem Gelirinin Belirlenmesi

Desteğin aktif çalışma dönemine ilişkin olarak mümkün olması halinde kişinin belgelendirilmiş gelirinin dikkate alınması en doğru yöntem olacaktır. Ancak, elde edilen belgelerin gerçek durumu yansıtmaması (örneğin, ölen kişinin sosyal güvenlik kurumlarına beyan edilenden daha yüksek tutarda maaş aldığı banka hesaplarından anlaşılması vs.) halinde gerçek durumun dikkate alınması gerekmektedir.

Desteğin gelirinin belgelendirilebilmesi halinde, şayet yaşıyor olsaydı hesap tarihinde elde edeceği gelir ile gelirinde ileride meydana gelebilecek artışların da tespit edilerek hesaplamada dikkate alınması gerekmektedir.

Aylık veya yıllık kazancın belirlenmesinde, ölen kişinin sağ iken elde ettiği ve desteğin vefat etmesi nedeniyle artık elde edilemeyecek olan her türlü kazancın ve değeri para ile ifade ölçülebilen menfaatlerin dikkate alınması gerekmektedir.

101



#### Aktif Dönem Gelirinin Belirlenmesi

Desteğin gelirinin belgelendirilmesinde, geliri ispat etmeye ya da göstermeye yarayan her türlü belge kabul edilebilir. Gelirin belgelendirilmesinde şekil şartı ya da belge sınırlandırması bulunmamaktadır. Önemli olan elde edilen bilgi ve belgelerin içeriğinin doğru olmasıdır.

Gelirin tespitinde göz önünde bulundurulması gereken bir diğer husus da kişinin maaş bordrosuna yansıtılmamakla birlikte kişiye belirli penyonlarla yapılan ödemelerin de (yakacak, yiyecek, kıyafet, eğitim, ulaşım yardımları, yol, yakacak, aile yardımları, ikramiye ve teşvik Primleri gibi) gelirin hesaplanmasında dikkate alınması gerekir.

102



### Aktif Dönem Gelirinin Belirlenmesi

Olen kişinin vefat anında çalışmıyor olması, gelirine ilişkin herhangi bir bilgi veya belge temin edilememesi ya da elde edilen bilgi ve belgelerin asgari ücretin altında bir gelire işaret etmesi halinde hesaplamada hesaplama tarihi itibarıyla geçerli net asgari ücret esas alınmalıdır. Buna karşılık, desteğin aktif çalışma dönemine ilişkin maddi tazminat hesabında, 01/01/2008 tarihinden itibaren uygulamaya başlanan asgari geçim indirimi de dikkate alınarak belirlenen net aylık asgari ücret esas alınmalıdır.

103



### Pasif Dönem Gelirinin Belirlenmesi

Kişiler yaşamlarının belirli bir döneminde aktif olarak çalışmakta, belirli bir yaştan sonra ise aktif çalışma hayatları sona ererek, emeklilik olarak adlandırılan (pasif çalışma dönemi) bir döneme girmektedirler. Buna karşılık, bir sosyal güvenlik kurumundan emekli olanlar, emekli olduktan sonra da başka bir işte çalışabilmekte ve emekli aylığına ilaveten ikinci bir gelir de elde edebilmektedirler.

Bir sosyal güvenlik sistemine dahil olarak çalışanlar emekli olduklarında, tabii oldukları sosyal güvenlik kurumundan emekli maaşı almaktadırlar. Mevcut sosyal güvenlik sisteminde kişilere aktif çalışma dönemlerindeki aylık gelirlerinin ortalama % 70'i kadar emekli aylığı olarak ödenmektedir. Aktif çalışma dönemindeki gelirin %70'inin asgari ücretin altında olması halinde asgari ücret, pasif dönem geliri olarak alınır.

104



### Gelirin Paylaştırılması

Destekten yoksun kalma tazminatının hesaplanmasında önemli hususlardan biri de ölen kişinin gelirinin destekten yoksun kalanlar arasında paylaştırılması yani destek paylarının belirlenmesidir.

Geride kalanların kaybettikleri destek nedeniyle ortaya çıkan zararlarını tespit etmede, öncelikle destek ile birlikte ikamet eden ve desteğini kaybeden bir kişinin olup olmadığının araştırılması gerekmektedir. Desteğini kaybedenlerin destekle aynı adreste ikamet etmemeleri halinde sağlığında iken desteğin gelirinden aldıkları payın hesaplanması nispeten kolaydır ve daha doğru tahmin edilebilir. Ancak, desteğini kaybedenlerin destekle aynı adreste ikamet etmeleri halinde desteğin sağlığındaki gelirin paylaşımının nasıl olduğunun hesaplanması daha karmaşık ve araştırma yapılması gereken bir durumdur.

105



AYIM - GELİR PAYLAŞTIRMA TABLOSU		
KADININ PAYI	ÇOCUKLARIN PAYI	KALAN
ÇOCUKSIZ KADIN % 50		50%
1 ÇOCUKLU KADIN % 45	15%	40%
2 ÇOCUKLU KADIN % 40	HER BİRİNE % 10	40%
3 ÇOCUKLU KADIN % 35	HER BİRİNE % 10	35%
4 ÇOCUKLU KADIN % 30	HER BİRİNE % 10	30%

106



### Teknik Faiz Oranı

Teknik faiz, ileride elde edilecek destek miktarlarının bugünkü değerini bulmak amacıyla kullanılan faiz oranıdır. Teknik faiz oranı genellikle geçmiş belli bir yıla ilişkin veriler dikkate alınarak, yatırım araçlarının reel getirileri ile gelirdeki reel artış arasındaki fark dikkate alınarak hesaplanmaktadır.

Ancak ileride elde edilecek destek miktarının bugünkü değerinin hesaplanmasında kullanılacak teknik faiz oranının geçmiş yıllar verilerine göre değil, desteğin kaybedildiği yıllara ilişkin beklentilere göre hesaplanması önem arz etmektedir. Bu nedenle, teknik faiz oranının hesaplanmasında geçmiş yıllara ilişkin verilerden yararlanılmakla birlikte, gelecek yıllara ilişkin tahmin ve beklentiler de dikkate alınarak, gerçeğe en yakın faiz oranının belirlenmesi gerekmektedir.

107



### Teknik Faiz Oranı

Konu ile ilgili yargı kararlarında teknik faiz uygulamasına gidilmediği görülmektedir. Yargıtay tarafından kabul edilen yöntemde, hesaplamaların yapıldığı tarih itibarıyla bilinen son gelir miktarı esas alınmakta ve her yılın toplam geliri %10 oranında artırılmak ve yine %10 oranında indirilmek suretiyle hesaplama yapılmaktadır. Sonuçta aynı miktarda artırım ve indirim yapılması nedeniyle hesaplamalarda teknik faiz oranı sıfır olarak dikkate alınmış olmaktadır. T.C. Hazine Müsteşarlığı'nın Zorunlu Sigortalar (Güvence Hesabı Kapsamındaki Sigortalar) çerçevesinde Aktüeryal Hesaplama Gerektiren Tazminat Ödemelerinde Uygulamaya İlişkin 05/02/2010 tarih ve 2010/4 sayılı Genelgesinde, teknik faizin sigorta şirketlerince en fazla % 3 olarak kullanılacağı düzenlenmiştir.

108

6

**Dul Kalan Eşin Yeniden Evlenme Olasılığı**

Destekten yoksun kalma tazminatının hesaplanmasında, desteğini kaybeden eşin yeniden evlenme olasılığı zarar azaltan durumlardan sayılmakta ve yeniden evlenme olasılığının oranına göre tazminattan indirim yapılabilmektedir. Eşlerden birinin vefat etmesi durumunda geride kalan eşin başka bir kişi ile evlenmesi halinde destekten yoksun kalmanın ortadan kalkacağı Yargıtay tarafından da kabul edilen hususlardan biridir.

Yargıtay kararlarında dul kalan eşin aile bağlarına, sosyal ve ekonomik durumuna, kişiliğine, çocuk sayısına, sağlık durumuna ve yöresinin töresel koşullarına bakılarak bir sonuca varılması gerektiği belirtilmektedir.

109

6

**AYİM (Askeri Yüksek İdare Mahkemesi) Kadın ve Erkek Evlenme Tablosu**

Dul Kadın Evlenme Olasılığı		Dul Erkek Evlenme Olasılığı	
17 - 20 Yaş Arası Dul Kadın	52%	17 - 20 Yaş Arası Dul Erkek için	92%
21 - 25 Yaş Arası Dul Kadın	40%	21 - 25 Yaş Arası Dul Erkek için	71%
26 - 30 Yaş Arası Dul Kadın	27%	26 - 30 Yaş Arası Dul Erkek için	48%
31 - 35 Yaş Arası Dul Kadın	17%	31 - 35 Yaş Arası Dul Erkek için	30%
36 - 40 Yaş Arası Dul Kadın	9%	36 - 40 Yaş Arası Dul Erkek için	16%
41 - 50 Yaş Arası Dul Kadın	2%	41 - 50 Yaş Arası Dul Erkek için	4%
51 - 55 Yaş Arası Dul Kadın	1%	51 - 55 Yaş Arası Dul Erkek için	2%

110

6

**Tazminat Hesabı**

Dönem başı ve sınırlı süreli hayat annüitesinin bugünkü değerini veren

$$\ddot{a}_{x:\overline{n}|} = \frac{N_x - N_{x+n}}{D_x}$$

eşitliğinden ödenecek tazminatın bugünkü değeri hesaplanır. Bu eşitlikte yer alan  $N_x$  ve  $D_x$  değerleri hesaplamalarda kullanılan hayat tablosunun komütasyon faktörleridir.

111

6

**Örnek 1:** Şu anda 34 yaşında olan bireye yaşadığı her yılın başında 100 TL ödeme yapılacaktır. Bu ödeme dizisinin bugünkü değerini bulunuz.

**Çözüm:**

$$\begin{aligned} 100\ddot{a}_{34:\overline{20}|} &= 100 \frac{N_{34} - N_{54}}{D_{34}} \\ &= 100 \frac{85828598,74 - 32821674,72}{3533202} \\ &= 100 * 15,0025 = 1500,2517 \end{aligned}$$

112

6

**Örnek 2:** a) Şu anda 20 yaşında olan bireye yaşadığı süre boyunca her yılın başında 50 TL ödeme yapılacaktır. Bu ödemenin bugünkü değerini bulunuz.

b) Eğer son ödeme 84 yaşına ulaştığında yapılırsa bu ödeme dizisinin bugünkü değeri ne olur?

**Çözüm:**

$$a) 50\ddot{a}_{20} = 50 \frac{N_{20}}{D_{20}} = 50 \frac{148660175,8}{5437551} = 50 * 27,3395 = 1366,975$$

$$\begin{aligned} b) 50\ddot{a}_{20:\overline{64}|} &= 50 \frac{N_{20} - N_{84}}{D_{20}} = 50 \frac{148660175,8 - 17290878,12}{5437551} \\ &= 50 * 24,1596 = 1207,9822 \end{aligned}$$

113

6

TEŞEKKÜRLER...

114

